

# 阅读与数学核心素养的关系

## ——以阅读材料《九连环》为例

杨冬冬

(浙江省宁波市镇海中学, 浙江 宁波 315200)

2000年颁布的《九年制义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试用修订版)》中第一次提出“数学素养”这一新概念,指出:“使学生受到必要的数学教育,具有一定的数学素养,对于提高全民族素质,为培养社会主义建设人才奠定基础是十分必要的”。那时并没有具体提出数学核心素养的内容,直到2011年颁布的《义务教育数学课程标准》明确提出了10个核心素养:数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想、直观想象和创新意识.从一开始的模糊概念,到2011年的具体内容要求,国家层面提出了数学培养目标,给了知识传授者更加明确的方向,紧接着在近几年又提出了数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、逻辑推理和数据分析六个数学核心素养,这又进一步概括了培养目标,给高中数学的教学奠定了基础.

在人教版高中数学教材中,每章节后都会有“阅读与思考”板块,它所涉及内容涵盖了数学史类、知识拓展类、实际应用类和思想方法类等,是学生课内外知识的拓展和衍生,给了学生们新的认识、新的方向.它既能提高学生数学学习的兴趣,又扩大了学生知识面,在高中日常教学中有其特有的教育意义.另外,阅读材料往往紧密联系社会实际,具有丰富的生活背景,从而有利于培养学生的数学核心素养.以下笔者着重就《九连环》的教学过程为例,探讨“阅读与思考”板块对于培养数学核心素养的重要性.

### 1 “阅读与思考”板块的教学功能

#### 1.1 激发学生学习兴趣

阅读材料向学生们介绍数学概念、公式形成的过程与背景,科学家的成就,展现数学与社会生活、理论发展和环境资源等的紧密联系,此外数学史的引入,给了学生数学理论知识产生的背景,将原先枯燥的图形、公式变得丰富多彩,从而激发他们的学习兴趣,增强学生数学学习的积极性.

#### 1.2 渗透数学文化

在阅读材料中介绍我国古代在数学领域中的巨大成就,例如“祖暅原理”、“海伦秦九韶公式”和“九连环”等,让学生接受数学精神、思想和方法方面的熏陶,培养他们勤于思考、坚忍不拔、勇于创新的精神.

#### 1.3 完善学生的数学认知结构

通过学习与之前所学知识有密切联系的阅读材料,拓展了学生的知识面,促进学生拓展知识的理解,进一步完善原有的数学认知结构,形成自身的知识体系.

## 2 教学设计

### 2.1 教材分析

《九连环》是人教版必修五第二章章末的“阅读与思考”的内容.本节课是在学生学习完数列之后展开的,主要就是利用数列的递推关系去解决解下九连环的最少步数问题.本堂课开设的对象是笔者学校的高一学生和香港交流学生,让他们体验“玩”中“学”,让他们感受中国古代益智玩具的魅力,增强作为中国人的自豪感.

### 2.2 教学目标分析

知识技能:

(1) 理解用化归、递归、类比、函数等思想解决九连环计数问题的方法;

(2) 能在具体问题情境中发现数列的递推关系.

过程方法:

(1) 经历动手操作、探索规律、提出问题、建立模型、解决问题、方法应用的学习过程;

(2) 体会求解过程中的化归、递归、类比、函数、归纳等思想方法.

情感态度价值观:

(1) 通过了解九连环的历史, 让学生感受我国古代数学成就, 激发学生的民族自豪感;

(2) 通过学生课前、课内、课后自主、合作探究的学习方式, 培养学生问题意识, 提高学生思维能力, 孕育学生创新精神;

(3) 通过九连环计数数列使学生感受到数列是反映现实生活的数学模型, 体会数学源于实践并应用于实践.

### 2.3 重难点分析

**重点:** 从特殊到一般地发现解九连环规律, 并会利用数学建模思想解决九连环最少步数问题, 而且能进行适当的应用.

**难点:** 体会从数学的角度思考实际情境中的问题, 用数学思想分析问题, 最后用数学方法解决问题.

### 2.4 教学过程

#### 2.4.1 介绍历史

西汉的卓文君: 一别之后, 二地相悬, 只说是三四月, 又谁知五六年. 七弦琴无心弹, 八行书无可传, 九连环从中折断, 十里长亭望眼欲穿. 百思想, 千系念, 万般无奈把郎怨.

北宋的周邦彦: 纵妙手能解连环, 似风散雨收, 雾轻云薄.

**设计意图:** 这穿越古今的数学玩具, 集聚了丰富的文化. 事实上, 知识取向与文化取向是相互融合的, 知识是部分, 文化是整体, 所以数学教学应当是以知识为核心的文化教学, 是数学文化背景下的思维活动.

#### 2.4.2 认识连环

引入“0”和“1”来表示环的状态, 其中“0”表示“柄下”, “1”表示“柄上”. 因此我们解九连环的过程就是从“11111111”到“00000000”的过程, 即从“满贯状态”到“零状态”.

我们用“0”和“1”来表示环的状态(有学生想到用“+”和“-”来表示), 是体现了核心素养中的“数学抽象”, 并且引入“0”和“1”之后顺势提出了“二进制”和“格雷码”概念.

**设计意图:** 用数学符号来表示每个环的状态, 是体现了数学的简洁性, 激发了学生用数学语言去描述事物的积极性, 从而培养数学素养中的“数学抽象”能力.

在用格雷码表示九连环状态的基础上, 提出本堂课的最关键问题(解九连环最少需要几步), 这样学生很自然地意识到我们可以将这个问题建立数学模型, 尝试用数学的方法来解决, 并引导学生尝试“从易到难”地去解决三连环、四连环、五连环.

**设计意图:** 利用从“从易到难”、“从特殊到一般”的想法来寻找一般规律, 这种想法符合核心素养中“逻辑推理”.

#### 2.4.3 探究规律

在尝试解决三、四、五连环中, 注重小组合作交流. 以4人为一小组, 一人动手操作连环, 一人记录, 另外两人总结并寻找规律.

**设计意图:** 合作学习最大限度地促进了自己和他人的学习, 学生通过互相讨论、启发、帮助、协作, 各抒己见, 大胆探索, 从中发现不同的解题思路和方法. 合作学习不但可以培养学生团结合作、沟通与交流能力, 而且有利于促进学生数学素养的发展.

在解五连环时发现规律: 先将五连环(11111)解下三连环(11000), 然后才能解下第五个环(01000), 接着再套上三连环变成四连环(01111), 最后直接解下四连环即可.

将规律推广至九连环, 即将解九连环(11111111)分成四步: 解下七连环(110000000)、解下第九个环(010000000)、套上七连环(011111111)、解下八连环(000000000). 然后利用数学建模思想, 设解下 $n$ 连环所需最少的步数为 $a_n$ , 故 $a_9 = a_8 + 2a_7 + 1$ ,  $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + 1 (n > 2)$ , 已知 $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$ ,  $a_3 = 5$ ,  $a_4 = 10$ ,  $a_5 = 21$ , 所以 $a_6 = 42$ ,  $a_7 = 85$ ,  $a_8 = 170$ ,  $a_9 = 341$ , 因此解九连环最少需要移动圆环341步.

**设计意图:** 将解五连环作为本堂课的重点 (下转第10-29页)

是AD的中点, 如果 $AB = a$ ,  $CD = b$ , 且 $b > a$ , 那么在边BC上是否存在一点Q, 使PQ所在直线将四边形ABCD的面积分成相等的两部分? 如若存在, 求出BQ的长; 若不存在, 说明理由.

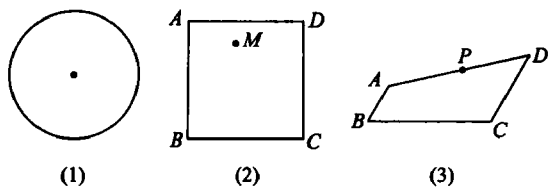


图11

(提示: 我们可以将图11(3)理解成半个菱形, 即图10中的四边形BEFA)

如果将基本图形1中等腰直角三角形改为有一个角为 $60^\circ$ 的菱形, 则基本图形1中的结论 $\triangle BED \cong \triangle AFD$ 、 $\triangle AED \cong \triangle CFD$ 、四边形AEDF的面积等于 $\triangle ABC$ 面积的一半, 就成为菱形的结论: 如图12, 在菱形ABCD中,  $\angle A = \angle EBF = 60^\circ$ ,  $AE = DF$ , 则 $\triangle BED \cong \triangle BFC$ ,  $\triangle ABE \cong \triangle DBF$ , “四边形EBFD的面积等于菱形ABCD面积的一半”.

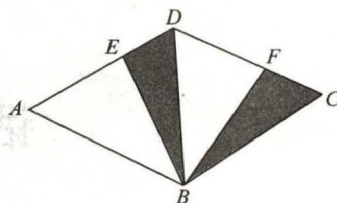


图12

应用: 如图13, 四边形ABCD是菱形,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AB = 2$ , 扇形BEF的半径为2, 圆心角为 $60^\circ$ , 则图中阴影部分的面积是多少?

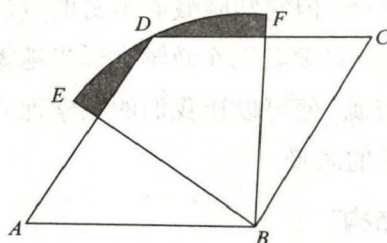


图13

### 3 结束语

“基本图形”是初中几何的组织和细胞, 当我们努力面对这些知识的探究时, 一定要研究它们的来龙去脉, 要对每个基本图形深度挖掘再探索, 这样, 我们的几何学习才是有意义的、高效的, 几何学习才是有趣的.

(上接第10-22页)

突破口, 用四个步骤分解解五连环的过程, 体现了“从易到难”的思想, 之后将这一规律沿用到解九连环上, 最终得以实现了解下九连环的目标. 在求解九连环步数问题时, 建立一个递推关系模型, 利用小组合作得到的数据, 通过代入递推公式, 得到了解下九连环需要的最少步数为341步, 这一过程对于培养学生的数学建模、数据运算和逻辑推理能力有积极的意义.

#### 2.4.4 分享收获

最后, 结合本节课所学, 学生们畅所欲言, 其中就有一位香港的学生说得很好: 没有想到玩具也有这么多的学问, 原来数学就在我们身边.

设计意图: 让不同的学生来总结他的本堂课所学, 既加深自己对已学知识的认识, 又让其他大部分学生体会到了全面的知识总结, 从而使每一位学生完善自己的知识体系. 每节课的小结是对整节课知识的升华, 学生通过回忆上课内容, 从知识收获者的角度感知内容, 体会其中的思维方式, 进一步整理知识片段, 融会贯通.

#### 参考文献

- [1] 陈敏, 吴宝莹. 数学核心素养的培养——从教学过程的维度 [J]. 教育研究与评论·中学教育教学, 2015(6): 44-49.
- [2] 金焯. 基于培养学生数学核心素养的课例研究 [J]. 数学之友, 2016(2): 38-39.